60

ANOS

TRADIÇÃO EM
COMPARTILHAR
CONHECIMENTO

Robert Matthews

As leis do acaso

Como a probabilidade pode nos ajudar a compreender a incerteza

Tradução:
George Schlesinger

Revisão técnica:
Samuel Jurkiewicz
professor da Politécnica e da Coppe/UFRJ

ZAHAR

Introdução

Numa tarde de domingo de abril de 2004, um inglês de 32 anos entrou no Plaza Hotel & Casino, em Las Vegas, com todas as suas posses mundanas. Elas consistiam em uma muda de roupa de baixo e um cheque. Ashley Revell tinha vendido tudo que possuía para levantar a quantia de US$ 135 300, impressa no cheque; até o smoking que ele vestia era alugado. Depois de trocar o cheque por uma pilha de fichas desoladoramente pequena, Revell dirigiu-se à roleta e fez uma coisa extraordinária. Apostou tudo num só resultado: quando a bolinha branca parasse, ela cairia no vermelho.

A decisão de Revell de escolher essa cor pode ter sido impulsiva, mas o fato em si não foi. Ele planejara aquilo durante meses. Conversara sobre o assunto com amigos, que acharam a ideia brilhante, e com a sua família, que achou-a péssima. Os cassinos tampouco aprovaram; talvez tivessem medo de entrar para o folclore de Las Vegas como "o cassino em que um homem apostou tudo e perdeu". Decerto o gerente do Plaza tinha um ar solene quando Revell colocou as fichas sobre a mesa, e lhe perguntou se tinha certeza de que queria ir em frente. Mas nada parecia capaz de deter Revell. Cercado por um grande grupo de espectadores, ele esperou ansiosamente o crupiê jogar a bolinha na roleta. Então, num gesto único e rápido, deu um passo adiante e pôs todas as fichas no vermelho. Assistiu à bolinha diminuir de velocidade, percorrer a trajetória em espirais, ricocheteando em várias casas, e finalmente parar… na casa número 7. Vermelho.

Naquele momento Revell dobrou seu patrimônio líquido para US$ 270 600. A multidão o ovacionou e seus amigos o abraçaram – e seu pai pesarosamente o chamou de "menino malcriado". É improvável que a maioria das pessoas adotasse visão mais severa acerca das ações de Revell naquele dia;

na melhor das hipóteses, o julgariam mal aconselhado, sem dúvida alguma insensato e possivelmente insano. Pois decerto nem os bilionários, para quem essas quantias são troco miúdo, teriam jogado a bolada toda de uma vez. Qualquer ser racional não teria dividido a quantia em apostas menores, para ao menos conferir se dona Sorte estava por perto?

Mas aí está o lance: uma vez decidido, Revell fez a coisa certa. As leis da probabilidade mostram que não há meio mais seguro de dobrar o patrimônio num cassino que fazer o que ele fez, e apostar tudo num só giro da roleta. Sim, o jogo é injusto: as chances da roleta são deliberadamente – e legalmente – contra você. Sim, havia mais de 50% de chance de perder tudo. No entanto, por mais bizarro que possa parecer, nessas situações, a melhor estratégia é apostar grande e com audácia. Qualquer coisa mais tímida reduz as chances de sucesso. O próprio Revell provara isso durante os preparativos para a grande aposta. Nos dias anteriores apostara vários milhares de dólares no cassino, e tudo que conseguira foi perder US$ 1 mil. Sua maior esperança de duplicar seu dinheiro residia em trocar o "senso comum" pelos ditames das leis da probabilidade.

Então, devemos todos seguir o exemplo de Revell, vender tudo que possuímos e nos dirigir ao cassino mais próximo? Claro que não; existem maneiras muito melhores, embora mais chatas, de tentar duplicar seu dinheiro. Todavia, uma coisa é certa: todas elas envolvem probabilidade em uma de suas muitas roupagens: como chance, risco ou grau de crença.

Todos nós sabemos que há poucas certezas na vida, exceto a morte e os impostos. Mas poucos de nós se sentem à vontade na presença da probabilidade. Ela ameaça qualquer sensação que tenhamos de controlar os fatos, sugerindo que todos poderíamos nos tornar o que Shakespeare chamou de "bobo da Fortuna". Ela tem levado alguns a acreditar em deuses volúveis, outros a negar sua supremacia. Einstein recusava-se a acreditar que Deus joga dados com o Universo. No entanto, a própria ideia de dar sentido à probabilidade parece contraditória: o acaso, por definição, não está para além da compreensão? Essa lógica pode ressaltar um dos grandes mistérios da história intelectual. Por que, apesar de sua óbvia utilidade, demorou tanto tempo para surgir uma teoria confiável da probabilidade? Ainda que houvesse jogos de azar no Egito Antigo, há mais de 5 500 anos, foi só no século XVII que alguns pensadores ousados desafiaram seriamente a visão sintetizada por Aristóteles, de que "não pode haver conhecimento demonstrativo da probabilidade".

Não adianta nada o fato de a probabilidade desafiar com tanta frequência nossas intuições. Pensemos nas coincidências: em termos gerais, quais são as chances de, num jogo de futebol, haver dois jogadores que façam aniversário em dias consecutivos? Como há 365 dias no ano, e 22 jogadores, alguém pode dizer que a chance é menor que uma em dez. Na verdade, as leis da probabilidade revelam que a verdadeira resposta é mais ou menos 90%. Você não acredita? Então confira os aniversários dos jogadores de algumas partidas, e veja você mesmo. Mesmo assim, é difícil não pensar que está acontecendo algo muito estranho. Afinal, se estiver entre um grupo de tamanho semelhante e perguntar se alguém nasceu *no mesmo dia que você*, é muito pouco provável que encontre alguém. Até problemas simples, de lançamento de moedas e dados, parecem desafiar o senso comum. Com uma moeda honesta, certamente obter cara em vários lançamentos seguidos torna coroa mais provável, certo? Se você está batalhando para ver por que isso não é verdade, não se preocupe: um dos grandes matemáticos do Iluminismo jamais conseguiu captar isso.

Um dos objetivos deste livro é mostrar como compreender essas manifestações cotidianas da probabilidade revelando suas leis subjacentes e como aplicá-las. Veremos como usar essas leis para *predizer* coincidências, tomar decisões melhores nos negócios e na vida, e dar sentido a tudo, de diagnósticos médicos a conselhos de investimentos.

Mas este não é só um livro sobre boas dicas e sugestões convenientes. Meu principal objetivo é mostrar como as leis da probabilidade são capazes de muita coisa além de apenas entender os eventos probabilísticos. Elas são também a arma preferida para qualquer pessoa que tenha necessidade de transformar evidência em sacação. Desde a identificação dos riscos para a saúde e das novas drogas para lidar com eles até progressos na nossa compreensão do cosmo, as leis da probabilidade têm se mostrado cruciais para separar impurezas aleatórias do ouro das evidências.

Agora outra revolução está em andamento, uma revolução centrada nas próprias leis da probabilidade. Hoje fica mais evidente que, na busca do conhecimento, essas leis são bem mais poderosas do que se pensava. Mas ter acesso a esse poder exige uma reinterpretação radical da probabilidade – o que até há pouco provocava amargas discussões. A controvérsia que durou décadas hoje some diante da evidência de que os chamados métodos bayesianos podem transformar a ciência, a tecnologia e a medicina. Até aqui, muito pouco disso tem chegado ao público. Neste livro, eu conto a história, em geral espantosa, do surgimento dessas técnicas, as polêmicas que elas provocaram e como todos nós podemos usá-las para dar sentido a tudo, desde a previsão do tempo até a credibilidade de novos argumentos científicos.

Qualquer pessoa que queira dominar as leis da probabilidade, porém, deve saber quais são as limitações dessas leis e quando se faz delas um uso impróprio. Agora está ficando claro que os métodos que constam dos livros-texto, e nos quais os pesquisadores se apoiaram durante muito tempo para tirar conclusões a partir dos dados, na maioria das vezes estão forçados para além de seus limites próprios. Avisos sobre as possíveis consequências catastróficas dessa prática vêm circulando nos meios acadêmicos durante décadas. Mais uma vez, muito pouco desse escândalo emergente chega ao domínio público. Este livro busca remediar o problema. Ao fazê-lo, ele recorre às minhas próprias contribuições para a bibliografia de pesquisa e inclui formas de identificar quando a evidência e os métodos aplicados são forçados demais.

A necessidade de compreender probabilidade, risco e incerteza nunca foi mais urgente. Em face de agitações políticas, tumultos nos mercados financeiros e uma interminável ladainha sobre riscos, ameaças e calamidades, todos nós ficamos ansiosos por uma certeza. Na verdade, ela nunca existiu. Mas isso não é razão para fatalismos – ou para a recusa em aceitar a realidade.

A mensagem central deste livro é que, apesar de não podermos nos livrar da probabilidade, do risco e da incerteza, agora temos as ferramentas para adotá-los e vencer.

1. O lançador de moedas prisioneiro dos nazistas

Na primavera de 1940, John Kerrich saiu de casa para visitar os parentes da esposa – o que não era pouca coisa, porque Kerrich morava na África do Sul e os parentes estavam na Dinamarca, a 12 mil quilômetros de distância. E no momento em que chegou a Copenhague deve ter desejado ter ficado em casa. Apenas alguns dias antes, a Dinamarca fora invadida pela Alemanha nazista. Milhares de soldados avançaram como formigas sobre a fronteira, numa arrasadora demonstração de Blitzkrieg. Em poucas horas os nazistas tinham vencido a resistência e assumido o controle. Durante as semanas que se seguiram, dedicaram-se a prender estrangeiros inimigos e levá-los para campos de concentração. Logo Kerrich se viu entre eles.

Poderia ter sido pior. Ele foi para um campo na Jutlândia, dirigido pelo governo dinamarquês e, conforme relatou depois, administrado de "forma realmente admirável".[1] Mesmo assim, sabia que enfrentaria muitos meses, possivelmente anos, sem qualquer estímulo intelectual – o que não era uma perspectiva feliz para um professor de matemática da Universidade de Witwatersrand. Circulando pelo campo em busca de algo para ocupar seu tempo, teve a ideia de um projeto matemático que exigia equipamento mínimo, mas que poderia ser instrutivo para os outros. Decidiu embarcar num estudo abrangente sobre o funcionamento da probabilidade na mais básica de suas manifestações: o resultado do lançamento de uma moeda.

Kerrich já tinha familiaridade com a teoria desenvolvida pelos matemáticos para compreender o funcionamento da probabilidade. Agora, percebeu ele, tinha a rara ocasião de testar essa teoria com uma porção de dados simples, da vida real. Então, uma vez terminada a guerra – presumindo, claro, que sobrevivesse a ela –, seria capaz de voltar à universidade equipado não só com os fundamentos teóricos das leis da probabilidade, mas também com evidências sólidas para que elas ganhassem confiança. E isso seria inestimável para explicar a seus alunos as predições, evidentemente contrárias ao senso comum, das leis da probabilidade.

Ele queria que seu estudo fosse o mais abrangente e confiável possível, e isso significava lançar uma moeda e registrar o resultado pelo máximo tempo que pudesse aguentar. Felizmente, encontrou alguém disposto a compartilhar o tédio, um colega prisioneiro chamado Eric Christensen. E assim, juntos, montaram uma mesa, estenderam um pano por cima e, com um movimento do dedão, lançaram uma moeda cerca de trinta centímetros de altura.

Para que fique registrado, o lançamento deu coroa.

Muita gente provavelmente acha que pode adivinhar como as coisas aconteceram a partir daí. À medida que o número de lançamentos aumentasse, a conhecida lei das médias iria garantir que começariam a se equilibrar as vezes em que sairia cara ou coroa. De fato, Kerrich descobriu que, por volta do centésimo lançamento, os números de caras e de coroas eram bastante semelhantes: 44 caras contra 56 coroas.

Mas aí começou a acontecer uma coisa estranha. À medida que as horas e os lançamentos avançavam, as caras começaram a ultrapassar as coroas. Por volta do lançamento 2 mil, a diferença tinha mais que duplicado, e as caras tinham uma dianteira de 26 sobre as coroas. Na altura do 4 mil, a diferença chegava a 58. A discrepância parecia se tornar maior.

No momento em que Kerrich fez uma pausa – no lançamento 10 mil –, a moeda tinha dado cara 5 067 vezes, excedendo o número de coroas pela robusta margem de 134. Longe de desaparecer, a discrepância entre caras e coroas continuara a aumentar. Haveria algo de errado com o experimento? Ou teria Kerrich descoberto uma falha na lei das médias? Kerrich e Christensen tinham feito o melhor para excluir lançamentos duvidosos, e, quando fecharam os números, viram que a lei das médias não fora em absoluto violada. O problema real não era com a moeda nem com a lei, mas com a visão comumente adotada acerca do que diz a lei. O experimento simples de Kerrich tinha na verdade feito o que ele queria fazer. Demonstrara uma das grandes concepções errôneas sobre o funcionamento da probabilidade.

Indagadas sobre o que diz a lei das médias, muitas pessoas falam algo do tipo: "A longo prazo, tudo se equilibra." Como tal, a lei é uma fonte de consolo quando temos uma sequência de azar, ou quando os nossos inimigos parecem estar em ascensão. Torcedores no esporte muitas vezes invocam isso quando se sentem vítimas de um cara ou coroa perdido ou da má decisão de uma arbitragem. Ganhar algumas, perder outras… no fim tudo se equilibra.

Bem, sim e não. Sim, de fato há uma lei das médias em ação no nosso Universo. Sua existência não foi apenas demonstrada experimentalmente, mas foi provada do ponto de vista matemático. Ela se aplica não só ao nosso Universo, mas em todo Universo com as mesmas regras matemáticas que o nosso; nem as leis da física podem reivindicar isso. Mas não, a lei não implica que "no fim tudo se equilibra". Como veremos em outros capítulos, definir o que ela significa com precisão exigiu um volume imenso de esforços de alguns dos maiores matemáticos do último milênio. Eles ainda discutem sobre a lei, mesmo agora. Sabe-se que com frequência os matemáticos exigem um nível de exatidão que o resto de nós consideraria ridiculamente pedante. Mas nesse caso eles estão certos em serem exigentes. Pois acontece que saber o que diz a lei das médias com precisão é uma das chaves para compreender como a probabilidade funciona no nosso mundo – e como usar essa compreensão em nosso proveito. A chave para essa compreensão reside em estabelecer exatamente a que nos referimos por "no fim tudo se equilibra". Em particular, o que é esse "tudo"?

Isso soa perigosamente parecido com um exercício filosófico de olhar para o próprio umbigo, mas o experimento de Kerrich aponta para a resposta certa. Muita gente acha que esse "tudo" onde os eventos se equilibram a longo prazo são os números absolutos de caras e coroas.

Então, por que a moeda gerou um resultado muito maior de uma face que de outra? A resposta curta é: porque era a probabilidade cega, aleatória, que atuava em cada lançamento da moeda, tornando ainda mais improvável a coincidência exata dos números absolutos de caras e coroas. O que aconteceu com a lei das médias? Ela está viva e passa bem, o caso é que simplesmente não se aplica aos números absolutos de caras e coroas. É bastante óbvio que não podemos dizer com toda a certeza como irão se comportar eventos aleatórios individuais. Mas podemos dizer algo sobre eles se descermos para um nível de conhecimento ligeiramente inferior – e perguntarmos como os eventos aleatórios se comportam *em média*.

No caso do lançamento de uma moeda, não podemos afirmar com certeza quando teremos "cara" ou "coroa", nem quantas vezes irá sair cada face. Mas, considerando que há apenas dois resultados, e que eles são igualmente prováveis, podemos dizer que devem aparecer com igual *frequência* – ou seja, 50% das vezes.

Isso, por sua vez, mostra exatamente o que é esse "tudo" que "equilibra os eventos a longo prazo". Não são os *números absolutos* de caras e coroas, sobre os quais não podemos afirmar nada com certeza. São suas *frequências relativas*: o número de vezes que cada um aparece, como proporção do número total de oportunidades que nós lhe damos de aparecer.

Essa é a verdadeira lei das médias, e foi o que Kerrich e Christensen viram em seu experimento. À medida que os lançamentos se acumulavam, as frequências relativas de caras e coroas – isto é, sua quantidade dividida pela quantidade total de lançamentos – foram chegando cada vez mais perto. Quando o experimento terminou, essas frequências tinham uma margem de 1% de serem idênticas (50,67% de caras contra 49,33% de coroas). Em agudo contraste, os números absolutos de caras e coroas iam se afastando mais e mais (ver Tabela).

A lei das médias nos diz que, se quisermos entender a ação do acaso sobre os eventos, devemos focalizar não cada evento individual, mas suas frequências relativas. Sua importância se reflete no fato de que muitas vezes elas são consideradas a medida da característica mais básica de todos os eventos aleatórios: sua *probabilidade*.

Assim, por exemplo, se rolarmos um dado mil vezes, a chance aleatória tem muito pouca probabilidade de fazer com que os números de 1 a 6 apareçam precisamente a mesma quantidade de vezes; essa é uma afirmativa acerca de resultados individuais, sobre os quais não se pode dizer nada com certeza. Graças à lei das médias, porém, podemos esperar que as *frequências relativas* dos diferentes resultados sejam em torno de ⅙ do total dos lances dos dados – e cheguem ainda mais perto dessa pro-

Nº DE LANÇAMENTOS	Nº DE CARAS	Nº DE COROAS	DIFERENÇA (CARAS – COROAS)	FREQUÊNCIA DE CARAS
10	4	6	−2	40,00%
100	44	56	−12	44,00%
500	255	245	+10	51,00%
1 000	502	498	+4	50,20%
5 000	2 533	2 467	+66	50,66%
10 000	5 067	4 933	+134	50,67%

A verdadeira lei das médias e o que realmente significa "no final tudo se equilibra".

UM LANÇAMENTO DE MOEDA É REALMENTE JUSTO?

Em geral, considera-se aleatório o lançamento de moeda, mas pode-se predizer como ela cai – pelo menos em teoria. Em 2008, uma equipe da Universidade Técnica de Łodź, na Polônia,[2] analisou a mecânica de uma moeda de verdade caindo sob a ação da resistência do ar. A teoria é muito complexa, mas revelou que o comportamento da moeda é previsível até atingir o solo. Então se instala o comportamento "caótico", com pequenas diferenças produzindo resultados radicalmente diferentes. Isso, por sua vez, sugeriu que lançamentos de moedas apanhadas em pleno ar podem ter um ligeiro viés. Essa possibilidade também foi investigada por uma equipe orientada pelo matemático Persi Diaconis, da Universidade Stanford.[3] Eles descobriram que moedas apanhadas no ar têm uma leve tendência a acabar no mesmo estado em que começaram. O viés, porém, é incrivelmente pequeno. Assim, os resultados de se lançar uma moeda podem de fato ser considerados aleatórios, quer ela seja apanhada no ar, quer caia no chão.

porção exata quanto mais vezes o dado for rolado. Essa proporção exata é o que chamamos de probabilidade de cada número aparecer (embora, como veremos adiante, não seja o único modo de pensar a probabilidade). Para algumas coisas – como a moeda, o dado ou o baralho – podemos ter uma noção da probabilidade a partir das propriedades fundamentais que governam os vários resultados (o número de lados, os naipes das cartas etc.) Assim, é possível dizer que, a longo prazo, as frequências relativas dos resultados devem se aproximar cada vez mais dessa probabilidade. Se isso não acontecer, devemos começar a nos perguntar por que nossas crenças se mostraram mal fundamentadas.

Conclusão

A lei das médias nos diz que, quando sabemos – ou desconfiamos – que estamos lidando com eventos envolvendo um elemento de acaso, devemos focalizar não os eventos em si, mas sua frequência relativa – isto é, o número de vezes que cada evento ocorre em proporção ao número total de oportunidades.