

Os mistérios
matemáticos do
Professor Stewart

Ian Stewart

Os mistérios matemáticos do Professor Stewart

Resolvidos por Hemlock Soames e o dr. Watsup

Tradução:
George Schlesinger

Revisão técnica:
Samuel Jurkiewicz
Professor da Politécnica e da Coppe/UFRJ



Título original:

Professor Stewart's Casebook of Mathematical Mysteries

Tradução autorizada da primeira edição inglesa,
publicada em 2014 por Profile Books,
de Londres, Inglaterra

Copyright © 2014, Joat Enterprises

Copyright da edição brasileira © 2015:

Jorge Zahar Editor Ltda.

rua Marquês de S. Vicente 99 – 1ª | 22451-041 Rio de Janeiro, RJ

tel (21) 2529-4750 | fax (21) 2529-4787

editora@zahar.com.br | www.zahar.com.br

Todos os direitos reservados.

A reprodução não autorizada desta publicação, no todo
ou em parte, constitui violação de direitos autorais. (Lei 9.610/98)

Grafia atualizada respeitando o novo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa

Preparação: Elisabeth Arruda | Revisão: Eduardo Monteiro, Carolina Sampaio

Projeto gráfico e composição: Mari Taboada | Capa: Sérgio Campante

Imagens da capa: © iStock.com/marekuliasz; © iStock.com/nicoalay; © iStock.com/ilbusca;

© iStock.com/bphillips; © iStock.com/gsteve; © iStock.com/OSTILL; © iStock.com/hidesy;

© iStock.com/cosmin4000; © iStock.com/Andrii_Oliinyk; © iStock.com/ Fotoplanner

CIP-Brasil. Catalogação na fonte

Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

S871m Stewart, Ian, 1945-
Os mistérios matemáticos do professor Stewart: resolvidos por Hemlock
Soames e o dr. Watsup/Ian Stewart; tradução George Schlesinger. – 1.ed.
– Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

il.

Tradução de: Tradução de: Professor Stewart's casebook of mathematical
mysteries

ISBN 978-85-378-1454-3

1. Matemática. 2. Matemáticos – Problemas. 1. Título.

Apresentando Soames e Watsup



O *Almanaque das curiosidades matemáticas* surgiu em 2008, um pouquinho antes do Natal. Os leitores pareceram gostar da sua mistura aleatória de truques matemáticos peculiares, biografias esquisitas, fragmentos de informações estranhas, problemas resolvidos e não resolvidos, factoides singulares e um trecho, mais longo e sério, a respeito de tópicos como fractais, topologia e o Último Teorema de Fermat. Então, em 2009 veio na sequência o livro *Incríveis passatempos matemáticos*, que continuou na mesma linha com um intermitente tema de piratas.

Dizem que três é um bom número para uma trilogia. O falecido Douglas Adams decidiu, com a série *O mochileiro das galáxias*, que quatro era melhor e cinco mais ainda, mas três parece ser um bom ponto de partida. Assim, após um intervalo de cinco anos, eis aqui *O livro dos mistérios matemáticos*. Dessa vez, entretanto, há uma nova jogada. As seções peculiares e breves – como A conjectura do *thrackle*; Hexacosioihexcontahexafobia; Qual é o formato de uma casca de laranja?; A sequência ISO; e O rabisco de Euclides – ainda estão aí. Como também os artigos mais substanciais a respeito de problemas resolvidos e não resolvidos: Números-panqueca; A conjectura ímpar de Goldbach; O problema da discrepância de Erdős; O problema da cavilha quadrada; e a Conjectura ABC. Da mesma forma que as piadas, poemas e anedotas. Para não mencionar as aplicações inusitadas da matemática para gansos voadores, colônias de mariscos, leopardos pintados e bolhas na cerveja Guinness. Mas essa miscelânea está agora intercalada com uma série de episódios narrativos estrelada por um detetive vitoriano e seu parceiro médico.

Sei o que você está pensando. No entanto, desenvolvi a ideia mais ou menos um ano *antes* de a versão moderna dos adorados personagens de sir Arthur Conan Doyle interpretada por Benedict Cumberbatch e Martin Freeman chegar à TV e fazer um sucesso espetacular. (Pode acreditar em mim.) E indo mais diretamente ao ponto, a *dupla não é aquela*.

Nem mesmo a retratada nas histórias originais de sir Arthur. Sim, meus rapazes vivem na mesma época, mas *do outro lado da rua*, no número 222B. Dali, lançam olhares invejosos para o fluxo de clientes ricos que entram nos aposentos do duo mais famoso. E de vez em quando aparece algum caso que seus vizinhos ilustres rejeitaram ou não conseguiram solucionar – mistérios impenetráveis como: O signo do um; Os cães que brigam no parque; A gateira do medo; e O integrador grego. Então Hemlock Soames e o dr. John Watsup botam o cérebro para funcionar, mostram seu verdadeiro espírito e força de caráter e triunfam sobre a adversidade e a falta de visibilidade no mercado.

São mistérios *matemáticos*, como você verá. Suas soluções exigem interesse em matemática e capacidade de pensar com clareza, atributos dos quais Soames e Watsup absolutamente não são carentes. Esses trechos estão sinalizados pelo símbolo 🔍. Ao longo do caminho ficamos sabendo sobre a carreira militar anterior de Watsup no Al-Gebraistão e as batalhas de Soames com seu arqui-inimigo professor Mogiarty, levando inevitavelmente a um confronto final nas cataratas de Schtickelbach. E aí...

É uma felicidade que o dr. Watsup tenha registrado tantas de suas investigações conjuntas em suas memórias e anotações não publicadas. Sou grato a seus descendentes Underwood e Verity Watsup por permitir que eu tivesse acesso sem precedentes aos documentos da família, e por conceder-me generosa permissão de aqui incluir excertos dessas notas.

Coventry, março de 2014

Nota sobre unidades de medidas



Na época de Soames e Watsup, as unidades-padrão na Grã-Bretanha eram imperiais, não métricas como são hoje em sua maioria, e a moeda não era decimal. Leitores norte-americanos não terão problemas com unidades imperiais; é sabido que o galão é diferente nos dois lados do Atlântico, mas essa unidade de medida de qualquer modo não aparece. Para evitar inconsistências usei as unidades próprias da era vitoriana, mesmo para tópicos que não fazem parte do cânone Soames/Watsup, exceto quando a narrativa exige imperativamente que sejam métricas.

Eis um rápido guia para as unidades relevantes com equivalentes métricos/decimais.

Na maior parte do tempo a unidade real não tem importância: você poderia deixar os números inalterados, mas riscar “polegada” e “jarda” e substituir por uma “unidade” não especificada. Ou escolher o que lhe pareça mais conveniente (metro ou jarda, por exemplo).

Comprimento

1 pé = 12 polegadas (pol.)	304,8 mm
1 jarda = 3 pés	0,9144 m
1 milha = 1.760 jardas = 5.040 pés	1,609 km
1 légua = 3 milhas	4,827 km

Peso

1 libra (lb) = 16 onças	453,6 g
1 pedra = 14 libras	6,35 kg
1 quintal = 8 pedras = 112 libras	50,8 kg
1 tonelada imperial = 20 quintais = 2.240 libras	1,016 tonelada decimal

Dinheiro

1 xelim (s) = 12 pence (d) (singular: penny)	5 pence decimais
1 libra (£) = 20 xelins = 240 pence	
1 soberano = 1 libra (em moeda)	
1 guinéu = £1, 1s.	£1,05
1 coroa = 5s.	25 pence decimais

O escândalo do soberano roubado

O detetive particular tirou a carteira do bolso, certificou-se de que continuava vazia e suspirou. De pé, à janela dos seus aposentos no número 222B, fitou morosamente o outro lado da rua. As notas musicais de sonoridade irlandesa, executadas com perícia num Stradivarius, mal eram percebidas acima do ruído seco das carruagens que passavam. Realmente, o homem era *insuportável!* Soames observou o fluxo de pessoas entrando pelos portais do seu famoso concorrente. A maioria era de abastados membros das classes superiores. Aqueles que pareciam não ser abastados membros das classes superiores estavam, com poucas exceções, *representando* abastados membros das classes superiores.

Os criminosos simplesmente não estavam cometendo a espécie de crime que afetava o tipo de gente que contrataria os serviços de Hemlock Soames.

Durante as duas últimas semanas, Soames observara com olhos invejosos cliente após cliente ser conduzido à presença da pessoa que acreditavam ser o maior detetive do mundo. Ou, pelo menos, de Londres, o que – na época da Inglaterra vitoriana – significava a mesma coisa. Enquanto sua campanha continuava muda, as contas se acumulavam e a sra. Soapsuds ameaçava despejá-lo.

Ele tinha apenas um caso em andamento. Lorde Humphshaw-Smattering, proprietário do Glitz Hotel, acreditava que um de seus garçons havia roubado um soberano de ouro: valor, uma libra esterlina. Para ser justo, Soames podia se ajeitar ele mesmo com um soberano de ouro nesse momento. Mas dificilmente isso atrairia a sensacionalista imprensa marrom, da qual, por mais deplorável que fosse, o seu futuro dependia.

Soames estudou suas anotações do caso. Três amigos, Armstrong, Bennett e Cunningham, haviam dividido um jantar no hotel e no final receberam uma conta de £30. Cada um dera ao garçom Manuel dez soberanos de ouro. Mas então o maître notou que tinha havido um erro, e na verdade a conta era de £25. Ele deu ao garçom cinco soberanos para devolver aos homens. Como £5 não era divisível por 3, Manuel sugeriu ficar com duas das moedas como gorjeta e devolver um soberano a cada um, insinuando que já tinham tido sorte de receber de volta o pagamento a mais.

Os clientes concordaram, e tudo estava bem até o maître notar uma discrepância aritmética. Agora cada um deles pagara £9, num total de £27. Manuel tinha mais £2, perfazendo £29.

Estava faltando uma libra.

Humphshaw-Smattering estava convencido de que Manuel a tinha roubado. Embora a evidência fosse circunstancial, Soames sabia que o sustento do garçom dependia da resolução do mistério. Se Manuel fosse despedido com más referências, jamais conseguiria outro emprego.

Para onde foi a libra que faltava?

Resposta na p.267

.....

Curiosidade numérica*

No trabalho de detetive, é vital ser capaz de identificar um padrão. A monografia sem título inédita de Soames contendo 2.041 exemplos instrutivos de padrões inclui o seguinte. Calcular

$$11 \times 91$$

$$11 \times 9091$$

* Muitas seções nesta compilação que não se referem diretamente aos casos criminais foram extraídas de anotações manuais, algumas cujo conteúdo foi coletado e publicado, com permissão de Soames, como o *Cofre de anomalias forenses do dr. Watsup*, e serão reproduzidas sem notificação adicional. Algumas são bastante recentes, acrescentadas pelos executores literários de Watsup, e o leitor assíduo identificará imediatamente tais anacronismos.

$$11 \times 909091$$

$$11 \times 90909091$$

$$11 \times 9090909091$$

Soames teria usado caneta e papel, e leitores modernos podem fazer o mesmo caso lembrem-se como se faz. Uma calculadora é sempre uma opção, mas a tendência é elas esgotarem a quantidade de dígitos. O padrão continua indefinidamente; isso não pode ser provado usando a calculadora, mas pode ser deduzido a partir do método antiquado. Então, *sem* fazer qualquer cálculo adicional, quanto dá

$$11 \times 9090909090909091?$$

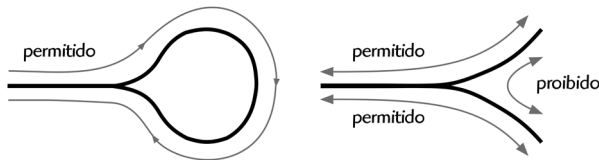
E uma pergunta mais difícil é: por que dá certo?

Respostas na p.268



Posição dos trilhos

Lionel Penrose inventou uma variação dos labirintos tradicionais: labirintos ferroviários. Eles têm junções como trilhos de trem, e você precisa seguir um trajeto que um trem possa percorrer, sem mudanças de direção abruptas. São uma boa maneira de comprimir um labirinto complicado em um espaço pequeno.

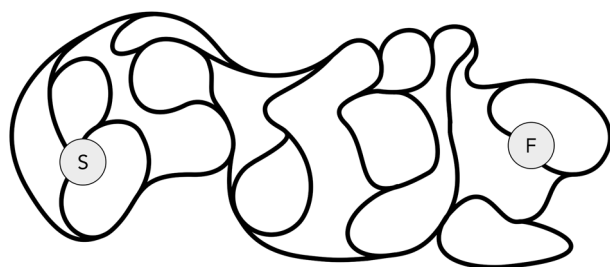


Trajetos permitidos e proibidos em junções

Seu filho, o matemático Roger Penrose, levou a ideia adiante. Um dos seus labirintos está esculpido em pedra no Luppitt Millennium Bench,

em Devon, Inglaterra. Esse é um tanto difícil, então vai aí um exemplo mais simples para você enfrentar.

O mapa a seguir mostra a rede ferroviária da Tardy Trains. O trem das 10h33 sai da estação C e deve terminar na estação F. A composição não pode inverter o sentido reduzindo a velocidade e depois indo de marcha a ré, mas pode percorrer a linha em qualquer direção se os trilhos derem a volta e tornarem a se juntar. Em pontos onde duas ramificações se unem, o trem pode tomar facilmente qualquer caminho. Qual é a rota que ele percorre?



O labirinto

Resposta na p.269, e informação adicional referente ao Labirinto do Luppitt Millennium



Soames conhece Watsup

Uma garoa fina, do tipo que parece inócua mas que muito rápido deixa você encharcado até os ossos, caía sobre os bons cidadãos de Londres, e sobre os ruins também, enquanto andavam apressadamente pela Baker Street em missões admiráveis ou nefastas, esquivando-se das poças. O não tão famoso detetive estava em sua posição habitual junto à janela, fitando desesperançoso a melancolia do dia, resmungando consigo mesmo acerca das suas tristes finanças, sentindo-se deprimido. Sua incisiva solução para o Escândalo do soberano roubado lhe trouxera o bastante para sossegar temporariamente a sra. Soapsuds, mas agora

que a euforia emocional do sucesso arrefecera, sentia-se sozinho e sem reconhecimento.

Talvez precisasse de um companheiro de mentalidade parecida? Alguém com quem pudesse compartilhar a tensão diária da sua vendeta pessoal contra o crime, e o desafio intelectual de desvendar as pistas que seus perpetradores espalhavam com tanta falta de cuidado pela paisagem? Mas onde poderia encontrar tal pessoa? Não tinha ideia de por onde começar.

Seu estado de espírito sombrio foi interrompido pelo surgimento de uma figura robusta caminhando com ar decidido na direção da residência em frente. Instintivamente, Soames o julgou ser um homem da medicina, reformado do Exército. Bem-vestido, bem calçado: mais um abastado cliente para o supervalorizado imbecil do Holm...

Mas não! A figura examinou o número da casa, balançou a cabeça e girou sobre os calcanhars. Ao atravessar a rua, esquivando-se por pouco do cabriolé, a aba do chapéu ocultou-lhe a face, mas a linguagem corporal mostrava determinação, beirando o desespero. Observando o homem com mais atenção, agora que seu interesse fora despertado, Soames percebeu que seu casaco não era novo, como a princípio pensara. Fora reparado com perícia... na Old Compton Street, pela aparência da costura. Numa quinta-feira, quando as costureiras-chefes tiravam meio dia de folga. *Baixando o olhar para os sapatos, mal calçados*, Soames corrigiu sua impressão inicial, enquanto o homem sumia de vista, aparentemente dirigindo-se para a entrada abaixo.

Uma pausa: então a campainha tocou.

Soames esperou. Uma batida na porta anunciou sua sofredora proprietária, a sra. Soapsuds, trajando seu habitual vestido de estampa floral com um grande avental. “Um cavalheiro quer vê-lo, sr. Soames”, ela bufou. “Posso deixá-lo subir?”

Soames assentiu, e a sra. Soapsuds largou-se escada abaixo. Um minuto depois voltou a bater, e o homem com aparência de médico entrou. Soames fez a ela um gesto para fechar a porta e voltar ao seu lugar costumeiro atrás das cortinas rendadas na sua sala de estar no andar térreo, o que ela fez com evidente relutância.

O cavalheiro escutou por um momento, e subitamente abriu a porta com força, dando um passo para trás e fazendo com que a sra. Soapsuds caísse de lado no chão.

“O – hã – capacho. Precisava espanar”, ela explicou, recompondo-se para levantar. Soames silenciosamente notou que sua proprietária também precisava ser espanada, dirigiu-lhe um sorriso fino e gesticulou para que ela se fosse. Mais uma vez, a porta se fechou.

“Meu cartão”, o homem disse.

Soames pôs o cartão de visita virado para baixo, sem ler, e estudou o recém-chegado da cabeça aos pés. Após alguns segundos, disse: “Não é necessário muita coisa para identificá-lo.”

“Perdão?”

“Exceto o óbvio, é claro. Estive no Al-Gebraistão durante os últimos quatro anos, servindo como cirurgião com os Dragões do 6º Regimento Real. Escapou por pouco de ser seriamente ferido na batalha de Q’drat. Seu período de serviço terminou logo depois, e decidi – após uma busca existencial – regressar à Inglaterra, o que acabou fazendo mais cedo este ano.” Soames espiou mais de perto, e acrescentou: “E tem quatro gatos.”

O queixo do homem caiu, e Soames virou o cartão. “Dr. John Watsup”, leu. “Cirurgião, Dragões do 6º Regimento Real, reformado.” Sua face não mostrou emoção por essa confirmação de suas deduções, pois tinha sido inevitável. “Por favor, sente-se, senhor, e conte-me sobre o crime que foi cometido contra o senhor. Posso assegurar-lhe que...”

Watsup riu, um risinho amigável. “Sr. Soames, estou encantado por finalmente tê-lo conhecido, pois sua fama espalhou-se pelos quatro cantos. Suas deduções a respeito de minha pessoa provam que merece totalmente as aclamações que tenho escutado. Sua modéstia com a façanha lhe cai bem. Mas, na verdade, não venho essencialmente como um cliente em potencial. Pelo contrário, estou buscando um posto no seu ofício. A medicina não mais me atrai – e tampouco o atrairia se tivesse testemunhado as visões que fui obrigado a suportar na frente de batalha. Mas sou um homem de ação, e continuo a almejar emoções fortes, ainda trago comigo meu revólver de serviço e... Aliás, como foi que *fez* isso?”

Soames, ignorando uma crescente sensação de que estava sendo erroneamente tomado pelo morador do número 221B, sentou-se diante de Watsup. “Pelo seu porte, concluí que era um militar antes de atravessar a rua. Meu golpe de vista é preternaturalmente aguçado, e o senhor tem as mãos de cirurgião, fortes mas desprovidas das marcas entranhadas de labor manual. Em dezembro passado, o *Times* reportou que a campanha de quatro anos no Al-Gebraistão estava chegando ao fim e que os Dragões

do 6º Regimento Real estariam retornando à Inglaterra após combater a decisiva mas custosa batalha em Q'drat. O senhor está calçando as botas próprias do regimento, e o padrão de desgaste delas mostra que já está de volta à Inglaterra há algum tempo. Tem uma leve cicatriz ao longo do maxilar, quase curada, que foi obviamente causada por uma bala de mosquete de fabricação não europeia – escrevi uma breve monografia sobre ferimentos de armas de fogo no Extremo Oriente, preciso lê-la para o senhor algum dia. É um homem de ação, conforme evidenciado pela maneira como lidou com a xeretice da sra. Soapsuds, de modo que não teria se aposentado da vida militar voluntariamente. Se tivesse sido dispensado de forma desonrosa eu teria visto a notícia nas páginas de escândalos, mas nada do tipo tem sido publicado recentemente. Seu casaco traz quatro tipos diferentes de pelo de gato – não só quatro cores, o que poderia indicar um único gato malhado, mas diferentes comprimentos e texturas... Vou lhe poupar a lista das suas raças.”

“Impressionante!”

“Para ser franco, devo também admitir que seu rosto me é familiar. Tenho certeza de que em algum lugar – ah, sim! Já sei! Um pequeno artigo no *Chronicle* da semana passada, com uma fotografia... Dr. John Watsup, que deu origem à famosa frase ‘*Watsup, doc?*’.* Sua fama supera a minha, doutor.”

“É muita gentileza sua, sr. Soames.”

“Não, sou meramente realista. Mas se vamos trabalhar juntos, o senhor precisa me convencer de que é capaz de *pensar* tão bem quanto de agir. Vejamos.” E Soames escreveu os dígitos

4 9

no verso de um envelope. “Quero que insira um símbolo aritmético padrão, para produzir um número inteiro entre 1 e 9.”

Watsup apertou os lábios em concentração. “Um sinal de mais... não, 13 é grande demais. Sinal de menos – não, o resultado é negativo. Nem multiplicação nem divisão resolvem. É claro! Uma raiz quadrada!

* Trocadilho com “What’s up, doc?”, bordão usado pelo personagem Pernalonga no seriado de animação *Looney Tunes*. Em tradução livre, “O que que há, doutor?”. No Brasil a expressão foi adaptada e ficou conhecida como “O que que há, velhinho?”. (N.T.)

Ah, não: $4\sqrt{9} = 12$, de novo grande demais.” Ele coçou a cabeça. “Estou perplexo. É impossível.”

“Eu lhe asseguro que há uma solução.”

O silêncio era quebrado apenas pelo tique-taque do relógio sobre a lareira. De repente, a face de Watsup se iluminou. “Achei!” Pegou o envelope, acrescentou um único símbolo e o entregou a Soames.

“Passou no primeiro teste, doutor.”

O que Watsup escreveu? Resposta na p.270.

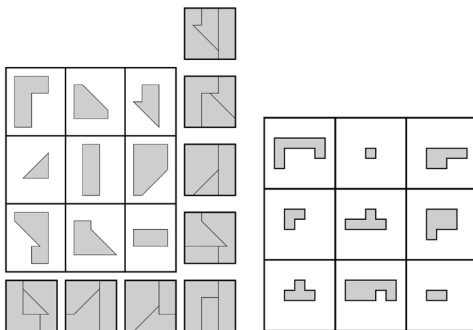


Quadrados geomágicos

Um quadrado mágico é composto de números, que dão o mesmo total em qualquer linha, coluna ou diagonal. Lee Sallows inventou um análogo geométrico, o quadrado geomágico. Trata-se de um arranjo quadrado de formas, de tal modo que as formas em qualquer linha, coluna ou diagonal se encaixem como um quebra-cabeça para compor o mesmo formato geral. As peças podem ser giradas ou refletidas, se necessário. A figura à esquerda mostra como isso funciona; a da direita é um quebra-cabeça para você resolver. *Resposta na p.270.*

Sallows criou muitos outros quadrados geomágicos, junto com generalizações tais como o triângulo geomágico. Ver *The Mathematical Intelligencer* 33, n.4, 2011, p.25-31, e o website dele: <http://www.Geo-magicSquares.com/>

Quadrados geomágicos



Dois dos quadrados geomágicos de Lee Sallows. Siga uma linha, coluna ou diagonal para encontrar o quebra-cabeça montado usando as peças correspondentes. *Esquerda:* Um exemplo completo. *Direita:* A sua tarefa é achar os quebra-cabeças montados para todas as linhas, colunas e diagonais.